УДК 681.17

М.Д. Пархоменко, інж., В.О. Кондратець, проф., канд. техн. наук
Ю.М. Пархоменко, асп.
Кіровоградський національний технічний університет

Стохастичне моделювання розподілу зерен в рядку

Аналізуються показники оцінки якості сівби. Визначаються стохастичні моделі розподілу потоку насіння за щільністю в заданому заліковому інтервалі та за тривалістю інтервалів між сусідніми насінинами.

якість сівби, стохастична модель розподілу, потік насіння, заліковий інтервал, щільність, тривалість, ймовірність

Основні показники оцінки якості сівби

Згідно з агротехнічними вимогами [1], [2] для кожного виду зернової культури встановлена своя норма висіву Q, яка є базовим показником (1), залежним від регіону, якості грунту, сорту насіння, тощо:

$$Q = \frac{10^4 \cdot \sum q_i}{n_a \cdot b \cdot L} = \frac{10 \cdot Q_м \cdot A}{b} (кг / га),$$

$$Q_м = \frac{10^3 \cdot \sum q_i}{n_a \cdot A \cdot L} = \frac{Q \cdot b}{10 \cdot A} (шт / м) \quad , \qquad (1)$$

$$Q_c = \frac{Q \cdot b \cdot V_c}{36 \cdot A} = \frac{Q_м \cdot V_c}{3,6} (шт / c)$$

де Q - задана норма висіву в кг/га;

$Q_м$, Q_c - кількість висіяного насіння на один сошник, шт/м та шт/с;

$\sum q_i$ - маса насіння, висіяного усіма висівними апаратами сівалки, кг;

b – ширина міжряддя, м;

A - вага 1000шт. насіння, кг;

L – довжина засіяної дільниці, м;

n_a - кількість сошників у сівалки, шт.;

V_c - швидкість руху сівалки, км/год.

Найбільш детальними і точними показниками оцінки якості сівби є:

– рівномірність розміщення зерен в рядку за щільністю k $(k = 0,1,2...m)$ в заданому заліковому інтервалі $l_з$, значення якого приймається на рівні фіксованого п'ятисантиметрового діапазону або кратним розрахунковій величині інтервалу l_p між сусідніми насінинами в рядку $l_з = i \cdot l_p$, де: $i = 1,2,3,...m$ (для сівалок рядкового, вузькорядного та стрічкового способів сівби). Цей показник характеризується такими параметрами, як: середньо арифметична щільність насіння $\bar{k}$ в заданому заліковому інтервалі $l_з$, шт./$l_з$; середньо квадратичним відхиленням σ_k кількості насіння k_i в кожному із залікових інтервалів від їх середньо арифметичного значення $\bar{k}$, шт./$l_з$; коефіцієнтом варіації ν_k по середньо квадратичному відхиленню щільності зерна в заліковому інтервалі; процентом загущеного та розрідженого посівів; гістограмою щільності $l_i(k_i)$ або $l_i(k_i)/n$ розміщення зерен в заданому заліковому інтервалі часу $t_з$ або довжини $x_з$ (при рядковій сівбі), де: $l_i(k_i)$ - кратність появи залікових інтервалів з щільністю k_i, n – кількість залікових інтервалів.

– рівномірністю розміщення насіння за відстанню (для сівалок точного та пунктирного способів сівби), що характеризується: розрахунковим x_p та фактичним середнє арифметичним інтервалом $\overline{x}$ між сусідніми зернами в рядку; середньо квадратичним відхиленням σ_x поточних інтервалів x_i від їх середньо арифметичного значення $\overline{x}$; коефіцієнтом варіації ν_x; гістограмами тривалості часових інтервалів $k_i(t_i)$ або $k_i(t_i)/n$ та відстаней $k_i(x_i)$, $k_i(x_i)/n$ між сусідніми зернами в потоці або в рядку (для сівалок точного висіву), де: $k_i(t_i)$, $k_i(x_i)$ - кратність появи часового інтервалу t_i або відстані x_i, n – загальна кількість вимірів.

Виходячи з означеного, визначимо закони розподілу потоку насіння, що формується висівними апаратами сівалок, за щільністю в заданому заліковому інтервалі часу або довжини та за тривалістю часових інтервалів або відстаней між сусідніми насінинами в потоці або в рядку з використанням методів стохастичного моделювання.

Оскільки сучасні методи реєстрації базуються в основному на принципах виміру часових інтервалів, а змінна величина часу прямо пропорційна відстані $t = x/V_c$, де V_c - швидкість руху сівалки, то при визначенні законів розподілу необхідно виходити як із змінної часу t, так і з змінної відстані x.

Визначення стохастичної моделі розподілу потоку насіння за щільністю в заданому заліковому інтервалі

Потік насіння через площину реєстрації датчика можна розглядати як найпростіший потік випадкових подій (кількість насіння в заданому інтервалі, тривалості інтервалів між сусідніми насінинами, координати місця перетину насінинами площини реєстрації, тощо), які виникають в випадкові моменти часу і відповідають вимогам стаціонарності, відсутності післядії та ергодичності, тобто [3]:

- ймовірність прольоту k_i (k_i=0,1,2…m) насінин через площину реєстрації датчика за термін часу τ залежить лише від щільності потоку насіння λ та тривалості часового інтервалу τ і не залежить від початку відліку часу та кількості насіння, що пролетіло в другий відрізок часу $P_{\tau 2}(k_j) \neq f(P_{\tau 1}(k_i))$, при цьому щільність потоку насіння (норма висіву) λ_t, шт/с та λ_x, шт/м за весь термін висіву, згідно з агротехнічними вимогами, повинна мати сталу середньо статистичну величину;

- кількість насіння k_i, що пролітає за визначені, не пересічні, терміни часу τ, є взаємно незалежними величинами, тобто $P(k_i \cap k_j) = P_{\tau 1}(k_i) \cdot P_{\tau 2}(k_j)$, а самі події – попарно не сумісними $P(k_i \cup k_j) = P_{\tau 1}(k_i) + P_{\tau 2}(k_j)$;

- ймовірність прольоту через площину реєстрації датчика за нескінченно малий термін часу $\Delta\tau$ двох або більше насінин зневажливо мала у порівнянні з ймовірністю прольоту одного зерна $P_{\Delta\tau}(2) << P_{\Delta\tau}(1)$.

Визначимо ймовірність прольоту k насінин через площину реєстрації датчика за термін часу τ та ймовірність попадання k насінин на ділянку довжиною l. Для цього спершу знайдемо ймовірність прольоту не менше ніж одного зерна за нескінченно малий проміжок часу $\Delta\tau$ ($\Delta\tau = \tau/n$, де $n = 1, 2, 3, ...N$). Якщо $\lambda_t = N/t$ - це кількість насіння , що пролітає через площину реєстрації за одиницю часу (щільність, шт/с), де N - загальна кількість зареєстрованого насіння, а t - час реєстрації, то кількість насіння, що пролітає за час $\Delta\tau$ дорівнює $\lambda_t \cdot \Delta\tau$ (математичне чекання). Цю величину, при нескінченно малих значеннях $\Delta\tau$ ($\Delta\tau = \tau / n$, якщо $n \to \infty$) можна умовно прийняти за ймовірність прольоту одного зерна (2):

$$p_t = \lambda_t \cdot \Delta\tau = \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n} \qquad (2)$$

Виходячи з визначення ймовірності повної групи подій, ймовірність протилежної події – не пролетить жодної насінини, дорівнює (3):

$$q_t = 1 - p_t = 1 - \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n} \qquad (3)$$

Так як зерновий потік, що формується висівними апаратами сівалок, відповідає усім вище означеним вимогам і представляє собою потік дискретних, попарно не сумісних і незалежних подій з ймовірностями p_t і q_t, то ймовірність того, що в k випадках із n через площину реєстрації датчика за час $\tau = \Delta\tau \cdot n$ пролетить k насінин може бути визначена за допомогою формули Бернуллі (4) [4], [5]:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p_t^k \cdot q_t^{(n-k)} = C_n^k \cdot (\frac{\lambda_t \cdot \tau}{n})^k \cdot (1 - \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n})^{(n-k)}, \qquad (4)$$

де $k = 0, 1, 2, ..., n.$ При цьому ймовірність розподілу насіння в потоці підпорядковується біноміальному закону з параметрами розподілу (5):

$$\begin{aligned} &m_t = n \cdot p = \lambda_t \cdot \tau \\ &D_t = n \cdot p_t \cdot q_t = n \cdot \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n} \cdot (1 - \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n}), \sigma_t = \sqrt{D_t} \end{aligned}, \qquad (5)$$

де m_t, D_t, σ_t - відповідно математичне чекання, дисперсія та середнє квадратичне відхилення дискретних випадкових величин.

Якщо ймовірність прольоту одного зерна через площину реєстрації $p_t = \lambda_t \cdot \Delta\tau$ за термін часу $\Delta\tau$ не значна ($p_t \to 0$) при великому числі вимірів n ($n \to \infty, \Delta\tau = \tau / n$), тобто має місце умова $0 < n \cdot p_t = \lambda_t \cdot \tau \le 15$ [3], то ймовірність $P_\tau(k)$ прольоту k зернин за термін часу τ можна визначати через наближену асимптотичну формулу Пуассона (6), більш практичну у використанні , ніж формула Бернуллі:

$$P_\tau(k) = \lim_{n\to\infty} P_n(k) = \lim_{n\to\infty} C_n^k \cdot (\frac{\lambda_t \cdot \tau}{n})^k \cdot (1 - \frac{\lambda_t \cdot \tau}{n})^{(n-k)} = \frac{(\lambda_t \cdot \tau)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_t \cdot \tau} \qquad (6)$$

По аналогії з означеним, ймовірність $P_l(k)$ того, що в заданий інтервал відстані l попаде рівно k штук насіння можна також визначати за допомогою наближеної асимптотичної формули Пуассона (7), при виконанні встановлених вище вимог $0 < n \cdot p_x = \lambda_x \cdot l \le 15$:

$$P_l(k) = \lim_{n\to\infty} P_n(k) = \lim_{n\to\infty} C_n^k \cdot (\frac{\lambda_x \cdot l}{n})^k \cdot (1 - \frac{\lambda_x \cdot l}{n})^{(n-k)} = \frac{(\lambda_x \cdot l)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_x \cdot l}, \qquad (7)$$

де λ_x - щільність потоку насіння на одиницю довжини висівання в рядок (норма висіву), шт/м; l - довжина залікового інтервалу;

p_x - ймовірність попадання хоча б одного зерна в нескінченно малий інтервал довжини Δl ($p_x = \lambda_x \cdot \Delta l = \lambda_x \cdot l / n \to 0$, якщо $n \to \infty$).

Таким чином, приходимо до висновку, що розподіл зернового потоку за щільністю в заданому заліковому інтервалі часу $\tau_з$ або довжини $l_з$ підпорядковується пуассонівському закону розподілу дискретних випадкових величин, який характеризується наступними стохастичним моделями:

Рядом розподілу ймовірностей $F(k_i)$, який визначається за формулою Пуассона:

проліт k_i ($k_i = 0,1,2...m$) штук насіння через площину реєстрації за заліковий інтервал часу τ (8):

$$F(k_i) = P_\tau(k_i) = \frac{(\lambda_t \cdot \tau)^{k_i}}{k_i\,!} \cdot e^{-\lambda_t \cdot \tau}, \tag{8}$$

попадання k_i штук насіння в заданий заліковий інтервал довжини l (9):

$$F(k_i) = P_l(k_i) = \frac{(\lambda_x \cdot l)^{k_i}}{k_i\,!} \cdot e^{-\lambda_x \cdot l}. \tag{9}$$

Параметрами розподілу ймовірностей:

математичним чеканням m_t та m_x (10):

$$m_t = \lambda_t \cdot \tau,\ m_x = \lambda_x \cdot l, \tag{10}$$

дисперсією D_t, D_x та середньо квадратичним відхиленням σ_t, σ_x (11):

$$D_t = \lambda_t \cdot \tau,\ D_x = \lambda_x \cdot l,\ \sigma_t = \sqrt{\lambda_t \cdot \tau},\ \sigma_x = \sqrt{\lambda_x \cdot l}, \tag{11}$$

коефіцієнтом варіації ν_t, ν_x (12):

$$\nu_t = 1/\sqrt{\lambda_t \cdot \tau},\ \nu_x = 1/\sqrt{\lambda_x \cdot l}. \tag{12}$$

На рис.1. представлена ймовірність попадання від одного до трьох насінин пшениці в заліковий п'ятисантиметровий діапазон при різних нормах висіву λ_x (шт/м), яка розрахована за формулою (7). Найбільша ймовірність попадання двох зернин в заданий діапазон співпадає з нормою висіву λ_x=(30÷45) шт/м, що цілком відповідає агротехнічним вимогам.

На рис. 3 та рис. 4 представлені графіки залежності ймовірності $P_\tau(k)$ від щільності зернового потоку λ_t та залікового інтервалу часу $\tau(v_c)$, пропорційного заліковому інтервалу довжини ($L = 5см$), побудовані за результатами табуляції функції $P_\tau(k)$ при фіксованих значеннях λ_t=36шт/с та λ_t=104шт/с, пропорційних визначеній вище нормі висіву λ_x=30÷45шт/м (13):

$$P_\tau(k) = \frac{(\lambda_t \cdot \tau(v_c))^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_t \cdot \tau(v_c)}, \tag{13}$$

де $\tau(v_c) = \dfrac{L \cdot 3{,}6}{v_c \cdot 10^2}$ (с), $L = 5см$.

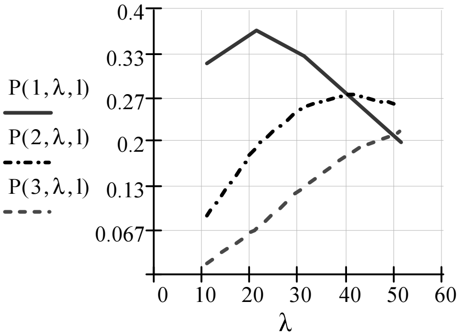

Рисунок 1 – Ймовірність попадання від 1 до 3-х зернин в 5-ти сантиметровий інтервал

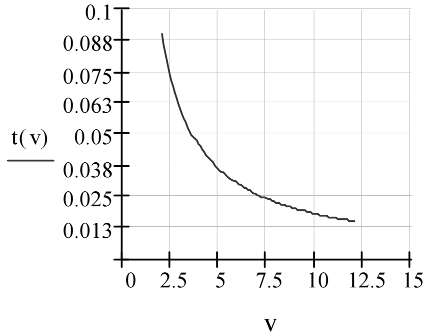

Рисунок 2 – Графік залежності $t(Vc)$, якщо L=5 см

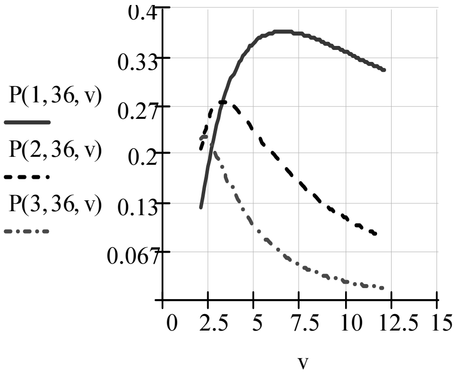

Рисунок 3 – Ймовірність пролітання від 1 до 3-х зернин при λt=36 шт/с

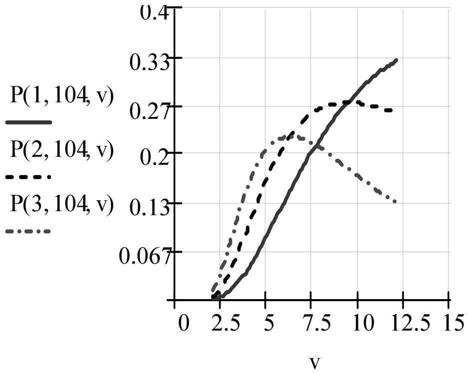

Рисунок 4 – Ймовірність пролітання від 1 до 3-х зернин при λt=104 шт/с

Аналіз цих графіків показує, що для забезпечення якісного висіву пшениці – по 2 зернини в кожному заліковому інтервалі ($L = 5см$) з ймовірністю $P_l(2) \geq 0,25$ (див. рис.1) необхідно проводити сівбу на швидкості $V_c = (2,5 \div 4) км/год$ при нормі висіву $\lambda_t = 36 шт/с$ або на швидкості $V_c = (6 \div 12) км/год$ при нормі висіву $\lambda_t = 104 шт/с$. Це співвідношення не являється критичним. Для того, щоб збільшити або зменшити норму висіву насіння, при збереженні швидкості руху сівалки, необхідно змінити коефіцієнт передачі $k_n = V_{2c} / V_{1c}$ між приводом механізму висіву та приводом колеса сівалки у відношенні (14) [4]:

$$\begin{aligned} \tau_2 &= (V_{1c} / V_{2c}) \cdot \tau_1 = \tau_1 / k_n \\ \lambda_2 &= (V_{2c} / V_{1c}) \cdot \lambda_1 = k_n \cdot \lambda_1 \end{aligned} . \quad (14)$$

Тривалість залікового інтервалу $\tau(v_c)$, при необхідності, можна визначити за графіком (Рис.2.), на якому відображена залежність часу переміщення сівалки $\tau(v_c)$ на довжину залікового інтервалу ($L = 5см$) від швидкості її руху $v_c км/год$ ($\tau(V_c) = L / V_c$) (13). Наприклад, якщо $V_c = (2,5 \div 4) км/год$, то тривалість залікового інтервалу $\tau(V_c) = (0,075 \div 0,045)с$, а якщо $V_c = (6 \div 12) км/год$, то $\tau(\mathrm{V}_c) = (0,023 \div 0,013)с$. Відмітимо також, що величина залікового інтервалу повинна бути кратною середньо статистичному значенню часового інтервалу $T_c = 1/\lambda_t$ між реєстрацією двох сусідніх насінин в потоці $\tau = (i+1) \cdot T_c$ або середній відстані $L_c = 1/\lambda_x$ між сусідніми насінинами в рядку $l = (i+1) \cdot L_c$, де $i = 0,1,2,...,m.$ Це витікає з визначення величини математичного чекання (10) для закону розподілу Пуассона (15):

$$\begin{aligned} \tau &= m_t / \lambda_t = (i+1) \cdot T_c \\ l &= m_x / \lambda_x = (i+1) \cdot L_c \end{aligned} . \quad (15)$$

Визначення моделі розподілу потоку насіння за тривалістю часових інтервалів або відстаней між сусідніми насінинами в потоці або в рядку

Розглянемо неперервну випадкову величину t - тривалість часового інтервалу між моментами реєстрації двох сусідніх довільно пролітаючих насінин в потоці і визначимо її функцію розподілу $F(t)$. При цьому виходимо з того, що ймовірність прольоту двох або більше насінин за проміжок часу $t \leq \tau = T_c$ набагато менше ймовірності прольоту одного зерна (із умов ергодичності) (16):

$$P_\tau(k) = \frac{(\lambda_t \cdot \tau)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_t \cdot \tau} << \frac{(\lambda_t \cdot \tau)}{1!} \cdot e^{-\lambda_t \cdot \tau}, \text{ де } k = 2,3,...,m \quad (16)$$

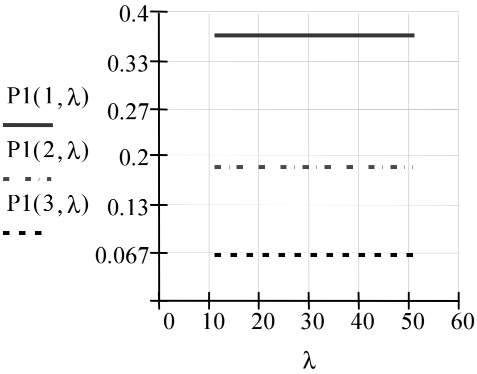

Рисунок 5 - Ймовірність пролітання від 1 до 3-х насінин за інтервал часу $\tau=1/\lambda t$

Вказане положення (17) легко підтверджується графіком (Рис. 5.), на якому відображена ймовірність прольоту 1, 2 та 3-х насінин $P_{T_c}(k)$ за проміжок часу $\tau = T_c = 1/\lambda_t$, визначена для різних норм висіву λ_t.

Тому значеннями $P_t(k)$ при $t \le \tau = T_c$ та $k \ge 2$ будемо нехтувати. Ймовірність того, що випадкова величина T_i - часовий інтервал між прольотом двох сусідніх насінин в потоці, потрапить в проміжок часу t визначається функцією розподілу $F(t)$ (17):

$$F(t) = P(T < t). \quad (17)$$

Тоді, ймовірність протилежної події – випадкова величина T_i не потрапить в заліковий інтервал t визначається співвідношенням (18):

$$1 - F(t) = P(T \ge t). \quad (18)$$

Вказану ймовірність $P(T \ge t)$ можна порівняти з ймовірністю $P_t(0)$ того, що за проміжок часу $T \ge t$ не пролетить жодної насінини (19), яка визначається із формули Пуассона (6):

$$1 - F(t) = P(T \ge t) = P_t(0) = e^{-\lambda_t \cdot t}. \quad (19)$$

Виходячи з цього отримуємо вираз (20) для визначення інтегральної функції розподілу зернового потоку $F(t)$ за тривалістю часового інтервалу між прольотом двох сусідніх насінин:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda_t \cdot t}, \text{ якщо } t \ge 0. \quad (20)$$

В результаті її диференціювання $F(t)'$, визначимо диференційну функцію розподілу ймовірностей $f(t)$ за тривалістю часових інтервалів (21):

$$f(t) = \begin{cases} 0 \ , \ \textit{якщо} \ \ t < 0 \\ \lambda_t \cdot e^{-\lambda_t \cdot t} \ , \ \textit{якщо} \ \ t \ge 0 \end{cases}. \quad (21)$$

Визначення моделі розподілу потоку насіння за відстанями X між сусідніми насінинами в рядку виконується по аналогії з тривалістю часового інтервалу. Таким чином, приходимо до висновку, що розподіл потоку насіння за тривалістю часових інтервалів t або відстаней X між сусідніми насінинами в потоці або в рядку, коефіцієнт варіації якого близький до 100%, підпорядковується показниковому (експоненціальному) закону розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин, який характеризується наступними стохастичним показниками, визначеними по аналогії:

Функцією розподілу ймовірностей:

- за тривалістю часових інтервалів (22):

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda_t \cdot t}, \ \textit{якщо} \ \ t \ge 0; \quad (22)$$

- за відстанями (23):

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda_x \cdot x}, \ \textit{якщо} \ \ x \ge 0. \quad (23)$$

Функцією щільності розподілу ймовірностей:

- за тривалістю часових інтервалів (24)

$$f(t) = \begin{cases} 0 \ , \ якщо \ \ t < 0 \\ \lambda_t \cdot e^{-\lambda_t \cdot t} \ , \ якщо \ \ t \geq 0 \end{cases} \quad ; \qquad (24)$$

- за відстанями (25)

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ , \ якщо \ \ x < 0 \\ \lambda_x \cdot e^{-\lambda_x \cdot x} \ , \ якщо \ \ x \geq 0 \end{cases} \quad . \qquad (25)$$

Математичним чеканням: $m_t = 1/\lambda_t$, $m_x = 1/\lambda_x$.

Середньо квадратичним відхиленням: $\sigma_t = 1/\lambda_t$, $\sigma_x = 1/\lambda_x$.

Коефіцієнтом варіації: $\nu_t = 1$, $\nu_x = 1$.

Графіки залежності диференційної функції розподілу ймовірностей $f(x)$, визначені для різних норм висіву $\lambda(x)$, представлені на рис.6. Їх аналіз показує, що ні функція розподілу ймовірностей $F(x)$, ні функція щільності $f(x)$ не дають наочної і достатньої інформації для дослідника, крім загальної. Позитивним показником визначеної закономірності, який має практичне значення, є математичне чекання M_x та M_t (26), номограми яких представлені на Рис.7.

$$\lambda_t = \lambda_x \cdot \frac{V_c}{3,6}, \ M_x = \frac{1}{\lambda_x}, \ M_t = \frac{3,6}{\lambda_x \cdot V_c} \quad . \qquad (26)$$

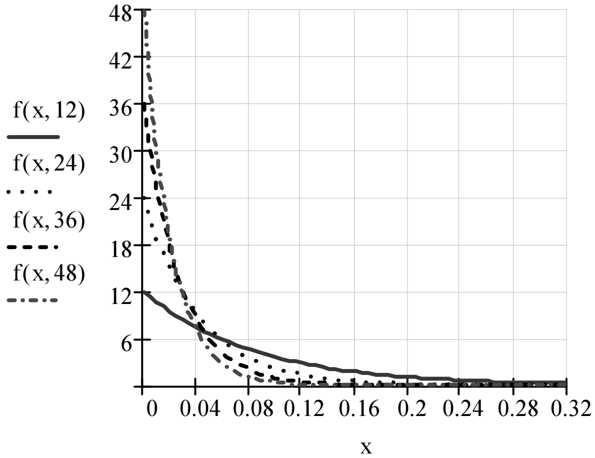

Рисунок 6 – Графіки залежності *f*(*x*) при різних нормах висіву при λ*x*

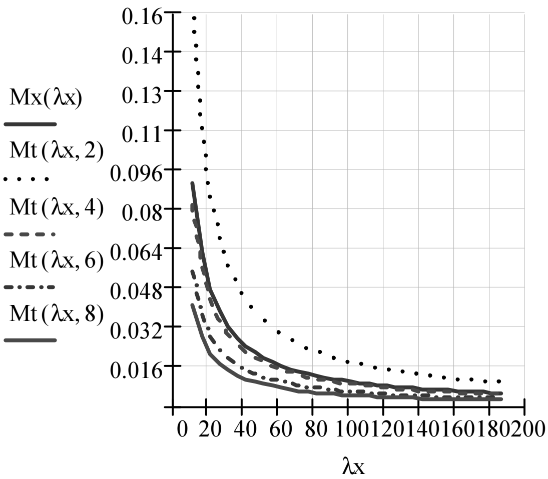

Рисунок 7 – Номограми залежності *Mx*(λ*x*) та *Mt*(λ*x, Vc*)

Для дослідника більш важливо визначити характер розподілу випадкових величин x, t відносно їх математичного чекання M_x, M_t (27), тобто двосторонній закон розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} P(x < M_x), \ якщо \ 0 \leq x < M_x \\ P(x \geq M_x), \ якщо \ x \geq M_x \end{cases}$$

$$або \qquad . \qquad (27)$$

$$F(x) = \begin{cases} P((x - M_x) < 0), \ якщо \ 0 \leq x < M_x \\ P((x - M_x) \geq 0), \ якщо \ x \geq M_x \end{cases}$$

Вказану закономірність будемо визначати з описаного вище експоненціального закону. Для цього в формулах (20), (21) змістимо центр симетрії з нуля на M_x та M_t. В результаті отримаємо функції розподілу ймовірностей, які змінюються в межах $0 \leq F(x) < 2$, що суперечить самому визначенню цієї функції та її властивості:

$\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1,\ F(x) \le 1$. Щоб знешкодити цю несумісність, введемо в функцію щільності $f(x)$ коефіцієнт $1/2$, в результаті отримаємо функцію розподілу Лапласа, яка визначається виразом (28):

$$f(x) = \lambda_x \cdot \frac{e^{-\lambda_x \cdot |(x - M_x)|}}{2} = \begin{cases} \lambda_x \cdot \dfrac{e^{-\lambda_x \cdot (-x + M_x)}}{2}, \ \textit{якщо} \ \ 0 \le x < M_x \\ \lambda_x \cdot \dfrac{e^{-\lambda_x \cdot (x - M_x)}}{2}, \ \textit{якщо} \ \ M_x \le x \end{cases}. \tag{28}$$

Таким же чином визначається і функція щільності $f(t)$ для часових інтервалів (29):

$$f(t) = \lambda_t \cdot \frac{e^{-\lambda_t \cdot |(t - M_t)|}}{2} = \begin{cases} \lambda_t \cdot \dfrac{e^{-\lambda_t \cdot (-t + M_t)}}{2}, \ \textit{якщо} \ \ 0 \le t < M_t \\ \lambda_t \cdot \dfrac{e^{-\lambda_t \cdot (t - M_t)}}{2}, \ \textit{якщо} \ \ M_t \le t \end{cases}. \tag{29}$$

Звідси, інтегральні функції розподілу ймовірностей $F(x)$, $F(t)$ визначаються виразами (30) та (31):

$$F(x) = \int_0^x f(x) \cdot dx = \frac{(-x + M_x) \cdot e^{-\lambda_x \cdot |(x - M_x)|}}{2 \cdot |(x - M_x)|}\Bigg|_0^x = \begin{cases} \dfrac{\left[e^{-\lambda_x \cdot (-x + M_x)} - e^{-\lambda_x \cdot M_x} \right]}{2}, \ \textit{якщо} \ \ 0 \le x < M_x \\ \dfrac{\left[1 - e^{-\lambda_x \cdot (x - M_x)} \right]}{2}, \ \textit{якщо} \ \ M_x \le x \end{cases}, \tag{30}$$

$$F(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt = \frac{(-t + M_t) \cdot e^{-\lambda_t \cdot |(t - M_t)|}}{2 \cdot |(t - M_t)|}\Bigg|_0^t = \begin{cases} \dfrac{\left[e^{-\lambda_t \cdot (-t + M_t)} - e^{-\lambda_t \cdot M_t} \right]}{2}, \ \textit{якщо} \ \ 0 \le t < M_t \\ \dfrac{\left[1 - e^{-\lambda_t \cdot (t - M_t)} \right]}{2}, \ \textit{якщо} \ \ M_t \le t \end{cases}. \tag{31}$$

На рис.8 та рис.9 представлені номограми диференційної $f(x)$ та інтегральної $F(x)$ функцій розподілу ймовірностей, визначені для різних норм висіву.

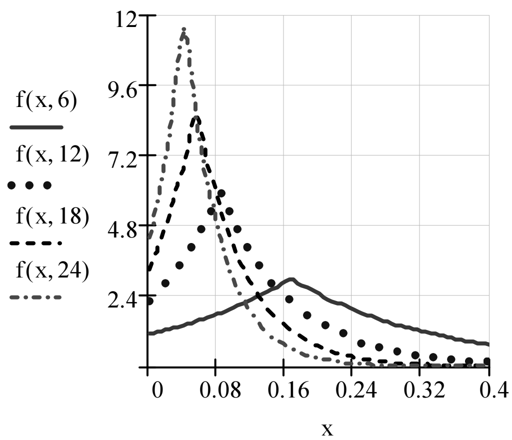

Рисунок 8 – Номограми щільності розподілу ймовірностей $f(x,\ \lambda x)$ при різних нормах висіву

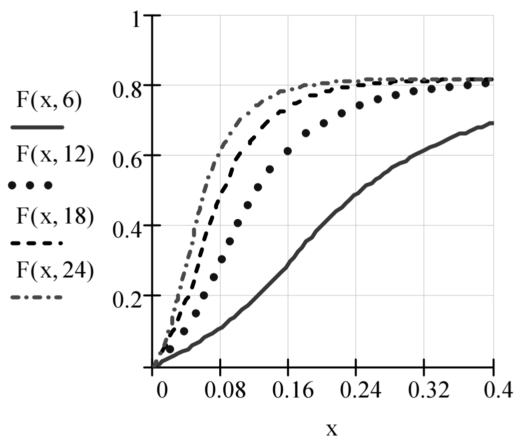

Рисунок 9 – Номограми функції розподілу ймовірностей $F(x,\ \lambda x)$ при різних нормах висіву

Таким чином, тривалості часових інтервалів та відстаней між сусідніми насінинами в потоці розподіляються відносно математичних чекань за законом Лапласа і визначаються формулами (28-31) з параметрами розподілу (32):

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{1}{\lambda_x} \;\; \text{або} \;\; \bar{X};\; \sigma_x = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_x};\; \nu_x = \sqrt{2}; \\ M_t &= \frac{1}{\lambda_t} \;\; \text{або} \;\; \bar{T};\; \sigma_t = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_t};\; \nu_t = \sqrt{2} \end{aligned} \quad . \qquad (32)$$

Однак, дослідники, аналізуючи результати вимірів, прагнуть підвести їх під нормальний закон розподілу, як більш поширений, що не завжди прийнятно.

Висновок

До останнього часу, оцінка якості сівби, при дослідженні або випробуванні висівних апаратів в лабораторних та наближених до польових умовах, обмежувалася визначенням статистичних параметрів: математичного чекання, середньоквадратичного відхилення та коефіцієнту варіації, іноді побудовою гістограми, яка лише наближено відображає закон розподілу ймовірностей.

Визначення стохастичних моделей розподілу потоку насіння за щільністю в заданому інтервалі та тривалістю інтервалів між сусідніми зернами дозволяє:

- будувати на ПК графіки диференційних та інтегральних функцій розподілу ймовірностей і більш точно та наочно оцінювати якість сівби;
- визначати розбіжність між заданою та отриманою якістю висіву, шляхом порівняння теоретичного та експериментального графіків розподілу ймовірностей;
- визначати параметри сівби: норму висіву, середній інтервал та швидкість руху на підставі номограм розподілу ймовірностей.

Список літератури

1. Испытания сельскохозяйственной техники. Машины посевные. Программа и методы испытаний. ОСТ 70.5.1-82. – М.: ЦНИИТЭИ Госкомсельхозтехники СССР, 1983. – 148 с.
2. М.М. Косинов, В.А. Швыда. Методика определения норм высева при лабораторных исследованиях высевающих аппаратов. // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий наук. техн. збірник. Вип. 35, 2005. – С. 289-291.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1976. – 207 с.
5. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.: ил.

Анализируются показатели оценки качества высева. Определяются стохастические модели распределения зернового потока по плотности в заданном зачётном интервале и по длительности интервалов между соседними зёрнами.

The indexes of estimation of quality of sowing are analyzed. The stochastic models of distributing of corn stream on a closeness in the set test interval and on duration of intervals between neighboring corns are determined.

Одержано 23.11.06